

Kansrekening 1

8078254

April 22, 2025

Talky talky

Advies: Doe mee, want het wordt ooit lastig.

Kansrekening is overal. Crazy.

Je kan apparently hoger dan een 10 halen, lmao
Tentamen moet minimaal 5,5 zijn, anders haal je het vak niet :)

Gelukkig gaan we het niet heel formeel doen.

Kansruimten

Uitkomstenruimte

Uitkomstenruimte: Ω . Dit is de ruimte van alle mogelijke uitkomsten.

- 1x dobbelsteen: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- 2x dobbelsteen: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Gebeurtenissen zien we als deelverzamelingen van de uitkomstenruimte Ω .

Voorbeeld:

$A = \{2, 4, 6\}$. Een dobbelsteen *even*.

$B = \{4, 5, 6\}$. Een dobbelsteen *minstens 4*.

Allebei gebeurtenissen.

$$A \cap B = \{4, 6\}, \text{ beide waar}$$

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}, \text{ minstens één waar}$$

Het complement van een gebeurtenis A wordt genoteerd als A^c

De Morgan

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c, (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$\bigcap_{i=1}^n A_i$: A_i vindt plaats voor alle i . $\bigcup_{i=1}^n A_i$: A_i vindt plaats minstens één i .

$$A^c = \Omega \setminus A$$

Gebeurtenissenruimte

Def. Zij $\Omega \neq \emptyset$

Een *gebeurtenissenruimte* (σ -algebra) over Ω is een collectie $\mathcal{F}$ van deelverzameling over Ω met:

1. $\mathcal{F} \neq \emptyset$
2. als $A \in \mathcal{F}$, dan $A^c \in \mathcal{F}$
3. als $A_i \in \mathcal{F} \forall i \geq 1$ dan $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$

Merk op dat hierdoor altijd $\emptyset$ en Ω ook in de gebeurtenissenruimte komt.

Kansmaat

Een *kansmaat* is een functie die aan elke gebeurtenis een getal toekent. Als $\mathbb{P}$ een kansmaat is, dan moet $\mathbb{P} : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ voldoen aan:

1. $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1, \forall A \in \mathcal{F}$
2. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$
3. als $(A_i)_{i \geq 1}$ een rij in $\mathcal{F}$ en A_i paarsgewijs disjunct ($A_i \cap A_j = \emptyset$ als $i \neq j$), dan geldt $\mathbb{P}(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i)$
($\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}$) wordt een kansruimte genoemd $\mathbb{P}(A)$ is de kans op de gebeurtenis.

Voor het voorbeeld van een d6, is de kans op een gebeurtenis A erg simpel: $\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{6}$.

Een ander voorbeeld: We hebben drie personen: a, b, c . $\Omega = \{abc, acb, bac, bca, cab, cba\}$. Oeps! Dan geldt dezelfde $\mathbb{P}$!

Monty-Hall probleem.

(“Het doet zo veel pijn” -FS)

YouTube dit ofzo. **Die kunnen het leuker uitleggen.**

Idk what we're doing rn

Zij $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ een kansruimte

1. $\forall A \in \mathcal{F}$ geldt $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$
2. $\forall A, B \in \mathcal{F}$ geldt $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
 $A = A \cap \Omega = A \cap (B \cup B^c) = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$,
dus
 $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(A \cap B^c)$
 $(A \cup B) = (A \cup B) \cap \Omega = (A \cup B) \cap (B \cup B^c) =$
 $\underbrace{((A \cup B) \cap B)}_{=B} \cup \underbrace{((A \cup B) \cap B^c)}_{=A \cap B^c} \implies (A \cup B) =$
 $B \cup (A \cap B^c)$
 $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(B \cup (A \cap B^c)) = \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cap B^c)$
3. $\forall A, B \in \mathcal{F}$ met $A \subset B$, geldt $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$